

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Черниковой Анастасии Сергеевны "Изучение свойств решения задачи о распределении тепла в плоскости с трещиной на стыке двух неоднородных материалов", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Как известно, решения однородных эллиптических уравнений в областях с кусочно-гладкими границами являются аналитическими функциями. Их следы на границе области составляют класс обобщенных функций. Если же рассмотреть область с границей вырожденного типа, например, плоскость с разрезом по отрезку, то разность значений решения однородного эллиптического уравнения на берегах разреза (так называемые скачки) принадлежат к, пожалуй, наиболее широкому распространению понятия функции – классу гиперфункций. С другой стороны, подобные области и задачи в них для уравнений эллиптического типа служат для описания трещин в материалах и процессов, происходящих в этих материалах, например, распределения температурного поля.

Диссертационная работа А. С. Черниковой посвящена исследованию задач для уравнений эллиптического типа, моделирующих стационарное распределение тепла в двумерной области, состоящей из двух подобластей, заполненных различными неоднородными материалами. Граничные условия подразумевают наличие конечной трещины, расположенной на стыке указанных материалов. Тема диссертации лежит в русле направления, развиваемого А. В. Глушко, и является актуальной и интересной.

Диссертация состоит из трех глав.

Первые две главы работы посвящены изучению стационарного уравнения теплопроводности в плоскости с переменным коэффициентом внутренней теплопроводности специального вида, допускающим разрыв первого рода на оси OX_1 . В качестве дополнительных условий на оси OX_1 заданы условия типа трансмиссии. Эти условия определяют разность между температурами верхнего и нижнего берегов трещины, расположенной на оси OX_1 , а также разность между тепловыми потоками через эти берега.

В первой главе сформулировано понятие «классического» (достаточно гладкого вплоть до оси OX_1) решения описанной выше задачи.

А. С. Черниковой было показано, что при определенных условиях согласования на концах трещины (обнулении граничных функций и их первых производных) существует «классическое» решение, причем автором было получено явное представление этого решения.

Во второй главе изучалась та же задача, что и в первой главе, но уже без условий согласования на концах трещины. Было показано, что без условий согласования у рассмотренной задачи не существует «классического» решения. В связи с чем автором было введено понятие обобщенного решения изучаемой в первых двух главах задачи. Опираясь на результаты исследования первой главы, А. С. Черниковой было построено решение обобщенной задачи и изучен ряд его свойств.

Отдельно отмечу, что отказ от условий согласования привел к сингулярному поведению первых производных решения в окрестности концов трещины. Основным результатом второй главы считаю явное выделение в представлениях производных первого порядка решения компонентов, сингулярных в окрестности концов трещины.

В третьей главе диссертации изучается стационарное уравнение теплопроводности в квадрате $[-2; 2] \times [-2; 2]$ с переменным коэффициентом внутренней теплопроводности, допускающим разрыв первого рода на части оси OX_1 , содержащейся в квадрате $[-2; 2] \times [-2; 2]$. На множестве возможного разрыва коэффициента внутренней теплопроводности задаются условия, аналогичные условиям задачи из первой главы, вдобавок задаются условия первого рода на сторонах квадрата параллельных оси OX_2 .

Для задачи из третьей главы сформулировано понятие решения. Основное внимание в третьей главе уделено построению асимптотических разложений решения и его производных первого порядка в окрестности концов трещины, что удалось сделать, выявив связь с соответствующими асимптотиками задачи из первых двух глав.

Основным достижением третьей главы считаю то, что в ней автору удалось существенно ослабить условия на коэффициент внутренней теплопроводности по сравнению с условиями из первых двух глав.

В качестве доказательства достоверности некоторых результатов диссертации автор указывает их совпадение с ранее полученными результатами других исследователей, которые рассматривали частные случаи изучаемых в диссертации задач.

Отдельно хочу отметить последовательность рассматриваемых в диссертации задач, каждая из которых является обобщением и развитием полученных ранее результатов.

Все полученные автором результаты являются новыми. Их обоснование приводится полностью и достаточно убедительно.

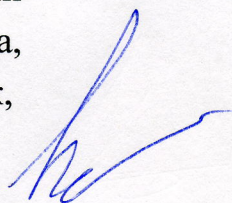
Замечания.

- Во введении стоит добавить вид функций $F_p(x)$ при $p=1;2$, стоящих в правых частях уравнений (0.46).
- Стр. 67, строка 7 снизу. Допущена опечатка: вместо $(r + i\xi)$ надлежит писать $(r - i\xi)$.
- Некоторые обозначения неудачны своею громоздкостью, например: $\Phi h_p^{n,1}(x)$, $M_{\gamma,p,n,m}(s_1, x_2)$, $B_{j,p,n}^0(x_{2,0}, x_2)$, $B_{p,n}^{[1]}(x_2)$, $B_{p,n}^{[1]}(x_2)$.

Перечисленные замечания не влияют на общую оценку работы, которая, безусловно, является законченным исследованием, в котором автор полностью решил поставленные перед ним задачи. Основные результаты диссертации своевременно и полностью опубликованы в ведущих рецензируемых журналах, в том числе из "Перечня" ВАК. Работа прошла апробацию на ряде конференций. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа А. С. Черниковой удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемых к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Профессор кафедры прикладной математики и информатики, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, доктор физико-математических наук, профессор



В. В. Корниенко

Корниенко Василий Васильевич
399770, Липецкая обл., г. Елец, ул. Коммунаров, д. 28,
тел.: (47467) 2-21-93,
e-mail: V_V_KORNIENKO@MAIL.RU

